

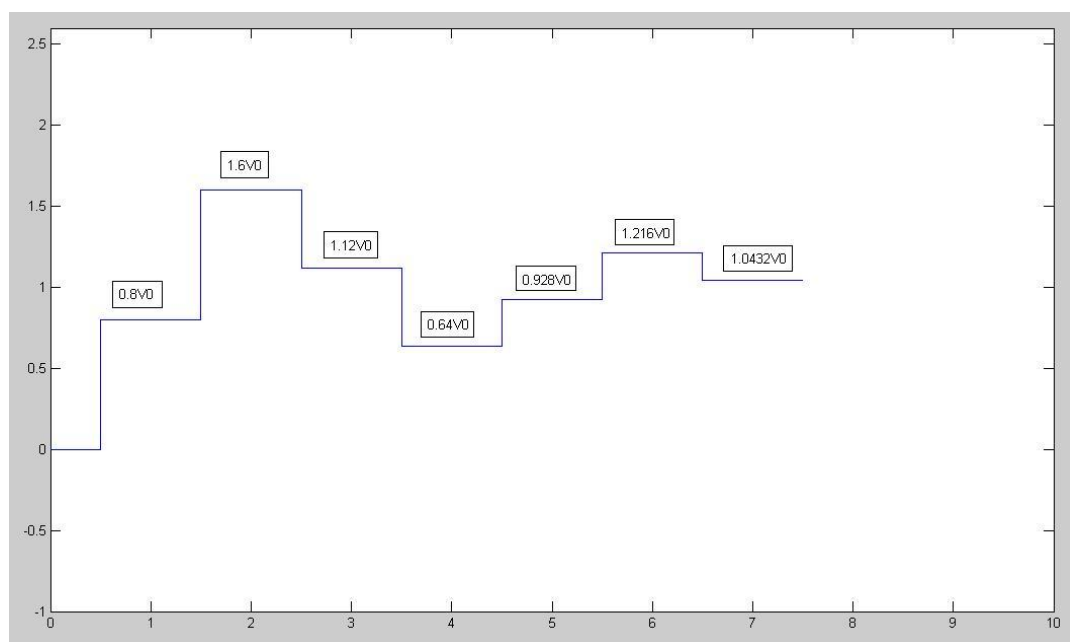
Homework Solutions #2

(Due date: 2011/03/14)

This problem set covers materials of [Lesson 2–3](#). The full score is 50 points.

- 1) (10%) Use the bounce diagram shown in [Fig. 3-4a](#) of the lecture notes to plot the temporal voltage waveform at $z = \frac{l}{2}$, i.e., $v(l/2, t)$. Compare it with that of [Fig. 3-4b](#) or [Fig. 3-4c](#). What have you found?

Answer:



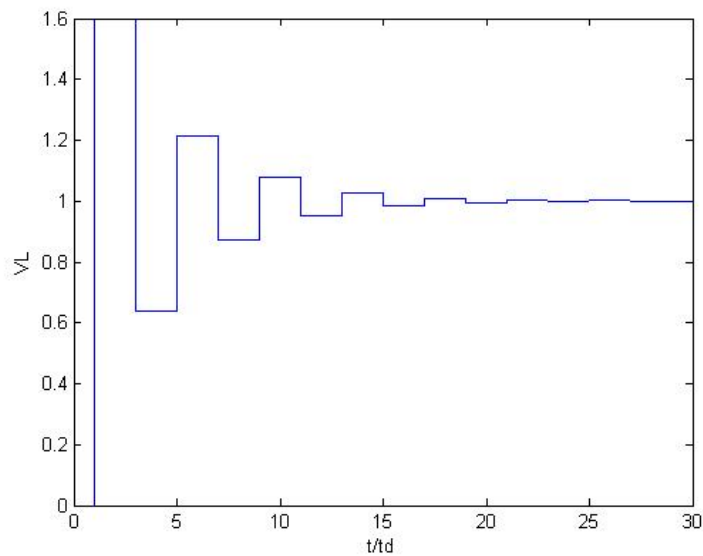
We can find that the interval between signals changes is t_d , not $2t_d$ (interval between signals changes of [Fig. 3-4b](#) or [Fig. 3-4c](#).)

- 2) (20%) Write a computer program to automatically plot $v(z_a, t)$, $0 \leq z_a \leq l$ for a system shown in Fig. 3-1 of the lecture notes. Verify your program by plotting: (a) Fig. 3-4c of the lecture notes, and (b) the result of Problem 1.

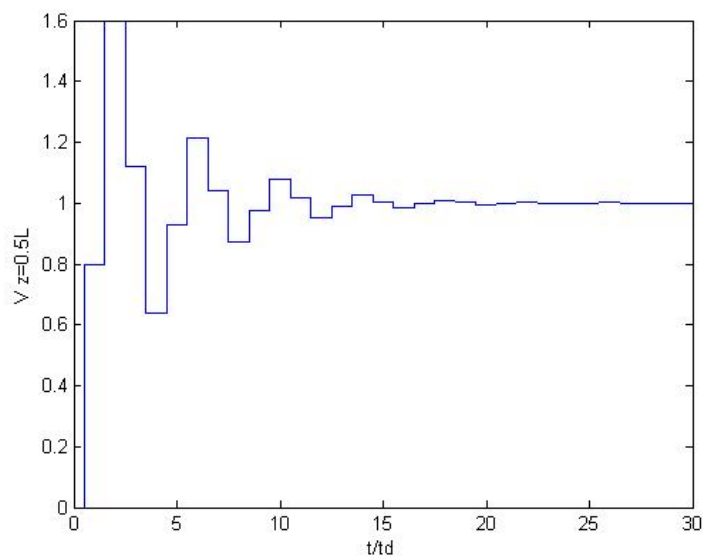
(Hint: Use the normalized quantities $\frac{v(z_a, t)}{Z_0}$, $\frac{z_a}{l}$, $\frac{t}{t_d}$ to simplify the programming.)

Answer:

- (a) Fig. 3-4c of the lecture notes



- (b) Result of problem 1



3) Consider the distributed circuit model of a lossless transmission line shown in Fig. 1.

Assume the line is initially at rest, i.e. $v(z, 0^-) = 0$ (zero voltage for any node N_i at $t = 0^-$), $i(z, 0^-) = 0$ (zero current for any branch at $t = 0^-$).

3a) (5%) What is the voltage of node N_1 at $t = 0^+$, i.e. $v(0, 0^+)$? What is the current along L_1 at $t = 0^+$, i.e. $i(0, 0^+)$? Justify your answers. (Hint: Capacitor current: $i = C \cdot \frac{d}{dt} v$, inductor voltage: $v = L \cdot \frac{d}{dt} i$.)

Answer:

電容兩端的電壓變化為 $i = C \cdot \frac{d}{dt} v$ ，瞬時的電壓變化會造成無限大電流，所以在

開關打開的一瞬間，電容兩端還是處於同電位狀態，

也就是 N_1 在 $t=0^+$ 的電壓 $v(0, 0^+) = 0$ 。

同樣道理，電感兩端的電壓變化也是需要時間，否則會造成無限大電壓。所以在

$t=0^+$ 流經 L_1 的電流, $i(0, 0^+) = 0$ 。

3b) (5%) What is the current along C_1 at $t = 0^+$? What is the voltage of node N_2 at $t = 0^+$, i.e. $v(\Delta z, 0^+)$? (Hint: Borrow the result of Problem 3a.)

Answer:

在開關壓下去的一瞬間，電壓源會先輸出電子電洞給電容的兩端做充電，此時可

以先把電容看成通路。所以在導線上流動和通過電容的電流會是 $\frac{V_0}{R_s}$ 。

根據 $v = L \cdot \frac{d}{dt} i$ ，電感上的電流變化也不會是瞬時變化，需要從零開始上升。

所以電感 L_1 兩端在 $t = 0^+$ 不會有電壓差，所以 N_2 上的電壓也是零。

- 3c) (10%) Describe how do node voltages at $N_1, N_2, \dots$, and branch currents along inductors $L_1, L_2, \dots$ change with time ($t > 0^+$)? Justify the “wave” behavior accordingly.

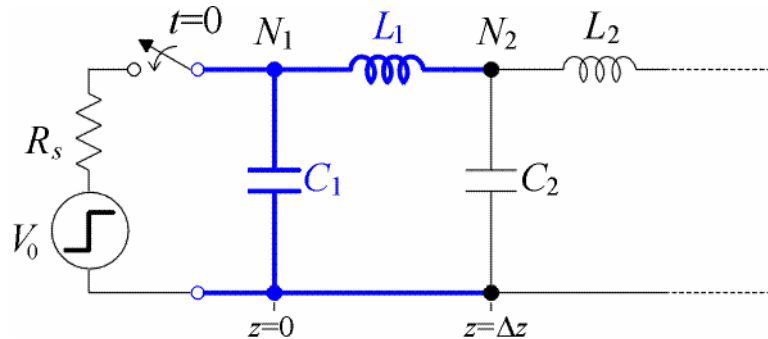


Fig. 1. Circuit model of transmission line.

Answer:

當開關 on 的時候，電壓源透過電阻 R_s 對電容 C_1 充電，使 N_1 的電壓 V_1 逐漸上升。在對電容 C_1 充電之前，電感 L_1 不會有電流流過。電容經過充電後， V_1 上升，電感 L_1 兩端出現電壓差，流過電感的電流 I_1 逐漸上升。

當電流流過 L_1 後，電容 C_2 才能被充電，以此類推，能量會逐漸傳遞下去。

但不管電容或是電感都需要一段時間改變其跨壓或是電流。所以能量的傳遞必須經過一時間差。因此 N_1 的電壓和 N_2 的電壓變化會有時間差，以此類推 N_2 的電壓和 N_3 的電壓變化也會有時間差。而電流通過 L_1 後，需花費一段時間才會通過電感 L_2 ，往後電流通過電感的情形依此類推。

在無損耗的傳輸線中，假設每一小段等效電路的電容與電感值皆相同，則電壓和電流會以一特定速度傳遞下去。

依上面敘述可以發現，傳輸線上電壓與電流具有波的特性。

因為電壓和電流的值隨著位置與時間在改變，而且持續往 $+z$ 方向傳遞下去。